

Хохлов В. Ю.,

кандидат технічних наук, менеджер з міжнародного маркетингу, *Global Spirits*

ДИНАМІЧНЕ ХЕДЖУВАННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ ОПЦІОНІВ

У статті досліджується динаміка стратегій хеджування портфеля за допомогою опціонів. Проведений аналіз чутливості ціни опціону до зміни вхідних параметрів показав, що основний вплив мають ціна базового активу та її волатильність. Порівняльні дослідження стратегій на опціонах "call" на Українській біржі показали, що дельта-вега та дельта-гамма стратегії дають дуже подібні результати та є кращими за дельта-нейтральне хеджування, але динаміка усіх стратегій суттєво відрізняється від їхніх результатів статичного хеджування.

Ключові слова: опціони, управління ризиками, динамічне хеджування, дельта-нейтральна стратегія.

В статье исследуется динамика стратегий хеджирования портфеля с помощью опционов. Проведенный анализ чувствительности цены опциона к изменению входных параметров показал, что основное влияние имеют цена базового актива и его волатильность. Сравнительные исследования стратегий на опционах call на Украинской бирже показали, что дельта-вега и дельта-гамма стратегии дают очень сходные результаты и является лучше дельта-нейтрального хеджирования, но динамика всех стратегий существенно отличается от их результатов статического хеджирования.

Ключевые слова: опционы, управления рисками, динамическое хеджирование, дельта-нейтральная стратегия.

In this article we research the dynamics of the option portfolio hedging strategies. Based on the sensitivity analysis we can conclude that the underlying asset price and its volatility have the definitive effect on the option price. Comparative studies of several dynamic hedging strategies on Ukrainian exchange call options show that the delta-vega and delta-gamma strategies are quite similar in their results, and both are much better than the delta-neutral strategy, but the outcomes of the strategies in dynamics are quite different from the results of static hedging.

Keywords: options, risk management, dynamic hedging, delta-neutral strategy.

Постановка проблеми. Використання стратегій хеджування портфеля цінних паперів є розповсюдженою практикою у сучасному ризик-менеджменті. Найбільш простими інструментами для хеджування є ф'ючерсні та форвардні контракти, але й опціонні стратегії також набувають популярності. Дослідження властивостей таких стратегій, визначення умов та наслідків їх застосування, встановлення зв'язку з торговельними стратегіями є актуальною задачею сьогодення.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Найбільш авторитетними у галузі ризик-менеджменту та похідних фінансових інструментів є праці Джоріона, Халла, Талеба. Джоріон у [1] розглядає питання управління комплексного ризиками, у тому числі чутливість вартості портфелю до екзогенних змінних, питання визначення ціни опціонів та її залежність від вхідних параметрів. Книга Халла [2] містить дуже детальне дослідження усіх похідних фінансових інструментів, зокрема моделі ціноутворення опціонів, вплив вхідних параметрів, дельта-нейтральне хеджування розглянуто як у статистиці, так і в динаміці, але більш складні стратегії – лише окреслені, але їхня динаміка не досліджується. Детальне дослідження динаміки наведено у роботі Талеба [3], хоча автор більш акцентує увагу на торгівлі. Окрім вказаних праць, ґрунтовне дослідження торговельних стратегій за допомогою опціонів здійснено Коннолі [4]. Питанням впливу волатильності на ціну опціону та торгівлі волатильністю присвячені розділи роботи Наймана [5].

Мета і завдання дослідження. Метою дослідження є вивчення властивостей опціонних стратегій хеджування у динаміці. Завданнями дослідження є: 1) проаналізувати чутливість ціни опціону до зміни вхідних параметрів; 2) виявити ключові детермінанти ціни опціону; 3) провести дослідження динаміки захищеного портфеля та порівняти динаміку різних стратегій.

Виклад основного матеріалу.

Аналіз чутливості ціни опціону до зміни вхідних параметрів.

Для аналізу чутливості ціни опціону до зміни вхідних параметрів розкладемо її у багатовимірний ряд Тейлору, як показано у [1]:

$$\begin{aligned} \Delta c &= \frac{\partial c}{\partial S} \Delta S + \frac{\partial c}{\partial \sigma} \Delta \sigma + \frac{\partial c}{\partial t} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 c}{\partial S^2} (\Delta S)^2 + \varepsilon =, & (1) \\ &= \Delta \times \Delta S + \nu \Delta \sigma + \Theta \Delta t + \frac{1}{2} \Gamma (\Delta S)^2 + \varepsilon \end{aligned}$$

де c – ціна опціону, S та ΔS – вартість базового активу та її зміна відповідно, σ та $\Delta\sigma$ – волатильність ціни базового активу та її зміна відповідно, t та Δt – час до експірації опціону та його зміна відповідно, Δ – дельта опціону, v – вега опціону, Θ – тета опціону, Γ – гамма опціону, ϵ – частина зміни ціни опціону, що не описується жодним з розглянутих вище параметрів.

Вплив зміни вхідних параметрів на зміну ціни опціону розглянемо на прикладі опціону call на ф'ючерс на індекс УБ (С1400-6.12), оскільки на час написання статті цей опціон був близьким до at-the-money. Саме для таких опціонів ціна є найбільш волатильною. Результати дослідження подані в таблиці 1.

Таблиця 1
Чутливість ціни опціону до зміни вхідних параметрів

	20.03.12	21.03.12	22.03.12	23.03.12	Середнє	Медіана	Максимум	Мінімум	Ст. відх.
Δc	-14.87	-2.39	-3.43	12.48					
ΔS	-33.00	-5.00	-13.00	36.00					
$\Delta\sigma$	0.3%	0.1%	0.9%	-1.0%					
Δt	0.0027	0.0027	0.0027	0.0027					
Абсолютне значення складових формули (1)									
$\Delta \times \Delta S$	-16.45	-2.14	-5.41	14.11					
$\frac{1}{2}\Gamma \times (\Delta S)^2$	1.18	0.03	0.18	1.36					
$v \times \Delta\sigma$	0.84	0.13	2.27	-2.42					
$\Theta \times \Delta t$	-0.42	-0.41	-0.41	-0.41					
E	-0.02	0.00	-0.06	-0.16					
Вклад складових формули (1) у зміну ціни опціону									
$\Delta \times \Delta S$	110.6%	89.4%	157.8%	113.1%	206.0%	100.9%	3669.8%	-30.1%	589.7%
$\frac{1}{2}\Gamma \times (\Delta S)^2$	-7.9%	-1.1%	-5.4%	10.9%	-9.6%	-0.7%	38.2%	-178.5%	35.0%
$v \times \Delta\sigma$	-5.7%	-5.4%	-66.2%	-19.4%	-85.9%	-2.8%	133.6%	-2855.1%	473.0%
$\Theta \times \Delta t$	2.8%	17.1%	11.9%	-3.3%	-17.6%	4.4%	82.9%	-770.3%	128.8%
E	0.1%	0.0%	1.8%	-1.2%	7.1%	0.0%	132.0%	-12.7%	25.1%

Відповідно до таблиці 1 можна підсумувати, що чотири розглянуті складові є основними параметрами, що впливають на зміну ціни опціону, оскільки медіана ϵ (частини зміни ціни опціону, що не описується жодним з цих параметрів) дорівнює нулю, а стандартне відхилення ϵ є відносно незначним.

Найбільш несуттєвим з розглянутих параметрів є гамма, її вплив на ціну опціону оказався по медіані близьким до нуля, а стандартне відхилення цього впливу – незначним.

Більш значним є вплив тети, який у абсолютних одиницях є відносно постійним (тобто кожен день тета зменшує ціну опціону приблизно на одне й те ж саме значення). Проте він не є константою, тому що не кожен календарний день є торговим. Також можна побачити, що у відносних одиницях цей вплив варіюється і його стандартне відхилення є суттєвим.

Нарешті, найбільш важливими складовими, що мають визначальний вплив на зміну ціни опціону, є ціна базового активу та її волатильність. Цей факт повністю підтверджує те, що каже теорія та практика фінансів – саме ці дві змінні мають найбільший ефект на ціноутворення опціонів. Звідси випливає те, що саме дельта-вега стратегія повинна бути пріоритетною при статичному хеджуванні.

Формула (1) є лінійною за параметрами, тому виникає бажання використати таку розповсюджену в економетриці техніку, як регресійний аналіз, для визначення впливу вхідних параметрів. На жаль, ми не можемо скористатися лінійною регресією у цьому випадку, тому що Δ , v , Θ , Γ не є константами. Але ми можемо проілюструвати використання регресійної моделі так, якщо вони були б константами.

Таблиця 2
Коефіцієнти регресії ціни опціону по зміні вхідних параметрів

Параметр	Δ	Γ	v	Θ	ϵ
Коефіцієнт регресії	0.4075	0.0036	153.92	-151.29	0
Стандартна похибка	0.0311	0.0007	34.09	123.01	–
t-статистика	13.0936	4.7807	4.4856	-1.2299	–

Результати лінійної регресії по формулі (1) подані у таблиці 2, значення R^2 регресії становить 84,6%. Цікаво, що параметр ϵ оцінюється лінійною регресією як 0, що також підтверджує висновок про те, що чотири розглянутих параметри повністю описують зміну ціни опціону. З поданих t-статистик можна дійти висновку, що лише вплив тети статистично не відрізняється від нуля, а ось вплив гамми є важливим, тому дельта-гамма стратегія також має сенс.

Стратегії хеджування у динаміці

Повний аналіз динамічного хеджування з використанням опціону на ф'ючерс УБ є ускладненим через те, що цей інструмент є маржуваним, а варіаційна маржа по опціонам та ф'ючерсам розраховуються нетривіально. Для нашого аналізу розглянемо дещо ідеалізовану картину – вважатимемо, що опціон є немаржуваним європейським опціоном, ціну якого можна розрахувати за допомогою моделі Блека. Крім того, будемо ігнорувати варіаційну маржу по ф'ючерсах. Тобто ми ніби розглядаємо індекс та опціон на цей індекс, прибуток по операціях фіксуємо у момент їх здійснення, продаємо чи купуємо опціон за живі гроші.

Дельта-нейтральна стратегія. Відмінність дельта-нейтральної стратегії у динаміці від статичної стратегії полягає у тому, що ми кожен день підтримуємо нульову дельту портфеля, для чого нам потрібно змінювати кількість опціонів у портфелі залежно від того, як змінюється дельта опціонів. При цьому результат портфеля на кожен день у нас складатиметься з двох компонентів – ефективності хеджа (яка відповідає результату статичного хеджування, тобто показує, наскільки наш хедж був би ефективним при незмінній дельті) та результату перебалансування (тобто витрат чи прибутку від зміни кількості опціонів у портфелі), як подано в таблиці 3.

Таблиця 3
Динамічне хеджування за дельта-нейтральною стратегією

Дата	19.03	20.03	21.03	22.03	23.03	26.03	27.03	28.03
Позиція по ф'ючерсах	10	10	10	10	10	10	10	10
Ціна ф'ючерса (UX-6.12)	1387	1354	1349	1336	1372	1411.80	1425.75	1413.75
Прибуток по ф'ючерсах		-330.00	-50.00	-130.00	360.00	398.00	139.50	-120.00
Позиція по опціону	-33	-41	-43	-45	-37	-30	-28	-31
Ціна опціону (C1500)	32.75	24.45	22.58	22.03	28.41	36.27	39.24	31.76
Дельта опціонів	-9.90	-9.96	-9.94	-9.96	-10.07	-10.04	-10.05	-9.97
Прибуток по опціонам		273.74	76.81	23.61	-287.32	-290.86	-88.93	209.33
Ефективність хеджа		-56.26	26.81	-106.39	72.68	107.14	50.57	89.33
Зміна позиції по опціонах		-8	-2	-2	8	7	2	-3
Прибуток від перебалансування		-195.60	-45.15	-44.06	227.30	253.92	78.48	-95.29
Результат портфеля		139.34	71.96	-62.33	-154.62	-146.78	-27.91	184.62

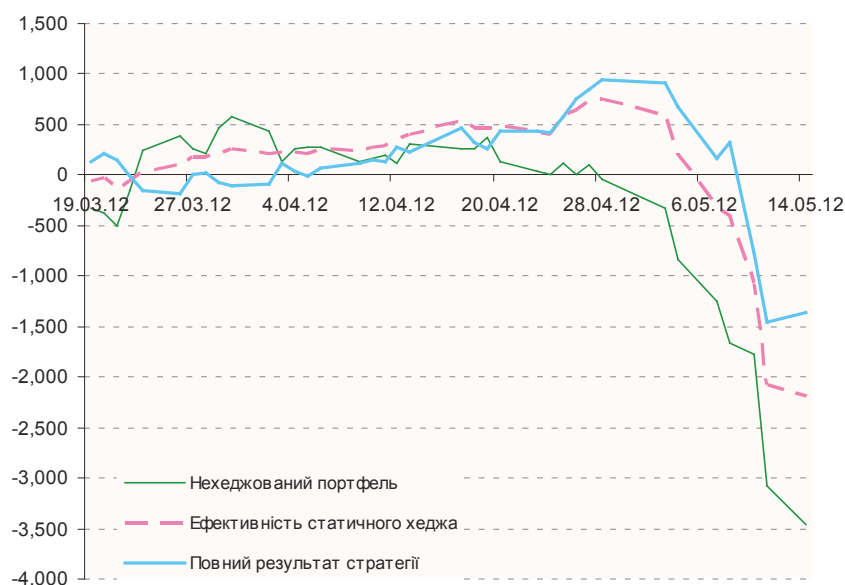


Рис. 1. Результат дельта-нейтральної стратегії у динаміці

Кумулятивний результат (тобто накопичений прибуток чи збиток) дельта-нейтральної стратегії на задану дату подано на рисунку 1. Як можна бачити, властивості хеджа у динаміці не були найкращими, хоча у початковий період він й був близьким до нуля (як повинен бути), але при різкій зміні ціни базового активу хедж виявився неефективним.

Дельта-гамма стратегія. Динамічне хеджування за дельта-гамма стратегією здійснюється за аналогічною процедурою – кожен день ми перебалансуємо портфель таким чином, щоб його дельта та гамма дорівнювали нулю. Результати динамічного хеджування у перші 7 днів періоду подані в таблиці 4.

Таблиця 4
Динамічне хеджування за дельта-гамма стратегією

Дата	19.03	20.03	21.03	22.03	23.03	26.03	27.03	28.03
Позиція по ф'ючерсах	10	10	10	10	10	10	10	10
Ціна ф'ючерса (UX-6.12)	1387	1354	1349	1336	1372	1411.80	1425.75	1413.75
Прибуток по ф'ючерсах		-330.00	-50.00	-130.00	360.00	398.00	139.50	-120.00
Позиція по опціону №1	74	103	105	128	89	54	48	51
Ціна опціону № 1 (C1500)	32.75	24.45	22.58	22.03	28.41	36.27	39.24	31.76
Позиція по опціону № 2	-65	-82	-82	-98	-74	-51	-47	-47
Ціна опціону № 2 (C1400)	67.54	52.67	50.28	46.86	59.34	77.10	82.59	72.83
Дельта опціонів	-10.20	-10.01	-9.84	-10.09	-10.18	-10.05	-10.18	-9.75
Гамма опціонів	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Прибуток по опціонам	352.62	2.97	223.34	-406.16	-614.17	-120.05	99.67	352.62
Ефективність хеджа	22.62	-47.03	93.34	-46.16	-216.17	19.45	-20.33	22.62
Зміна позиції по опціону № 1	29	2	23	-39	-35	-6	3	29
Зміна позиції по опціону № 2	-17	0	-16	24	23	4	0	-17
Прибуток від перебалансування	-186.39	45.15	-243.08	316.09	503.61	94.92	95.29	-186.39
Результат портфеля	209.01	-92.19	336.41	-362.25	-719.77	-75.47	-115.62	209.01

Кумулятивний результат дельта-гамма стратегії подано на рисунку 2. Ефективність статичного хеджу протягом майже всього періоду була непоганою, хоча на початку травня при різкому падінні індексу УБ хедж перестав ефективно компенсувати зміну ціни базового активу. Цікаво, що перебалансування робило динамічний хедж менш ефективним, ніж статичний, тобто ми отримували збиток через необхідність постійно докупати нові опціони. Однак у травні повний результат стратегії дав значний прибуток. Це трапилось через те, що наш хедж відповідав стратегії ведмежого спреду – ми купували більш дешевий опціон C1500 та продавали більш дорогий C1400, а ця торгова стратегія дозволяє отримувати прибуток на падінні ринку.

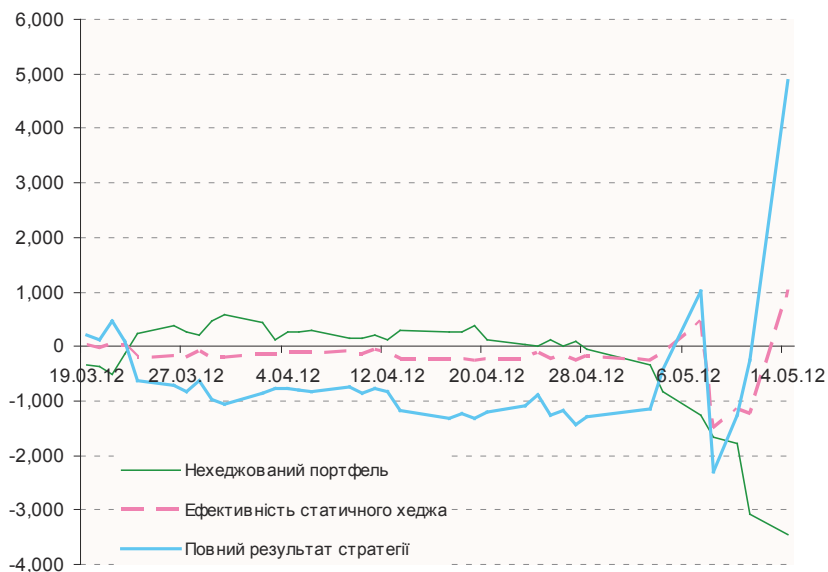


Рис. 2. Результат дельта-гамма стратегії у динаміці

Дельта-вега стратегія. Динамічне хеджування за дельта-вега повністю аналогічно дельта-гамма стратегії, його результати показані у таблиці 5. Ненульова сумарна вега опціонів виникла через округлення позиції до цілого числа контрактів. Так, вега позиції по опціону № 1 19 березня була 17 499, а вега позиції по опціону № 2 – -17633.

Таблиця 5
Динамічне хеджування за дельта-вега стратегією

Дата	19.03	20.03	21.03	22.03	23.03	26.03	27.03	28.03
Позиція по ф'ючерсах	10	10	10	10	10	10	10	10
Ціна ф'ючерса (UX-6.12)	1387	1354	1349	1336	1372	1411.80	1425.75	1413.75
Прибуток по ф'ючерсах		-330.00	-50.00	-130.00	360.00	398.00	139.50	-120.00
Позиція по опціону № 1	74	102	107	122	86	58	50	55
Ціна опціону № 1 (C1500)	32.75	24.45	22.58	22.03	28.41	36.27	39.24	31.76
Позиція по опціону № 2	-65	-81	-83	-95	-72	-53	-48	-50
Ціна опціону № 2 (C1400)	67.54	52.67	50.28	46.86	59.34	77.10	82.59	72.83
Дельта опціонів	-10.20	-9.83	-9.79	-10.24	-10.06	-9.82	-10.05	-10.13
Вега опціонів	-133.98	97.96	137.63	-161.61	-43.93	104.11	-30.40	-23.72
Прибуток по опціонам	352.62	2.45	225.67	-407.01	-602.24	-119.18	94.47	352.62
Ефективність хеджа	22.62	-47.55	95.67	-47.01	-204.24	20.32	-25.53	22.62
Зміна позиції по опціону № 1	28	5	15	-36	-28	-8	5	28
Зміна позиції по опціону № 2	-16	-2	-12	23	19	5	-2	-16
Прибуток від перебалансування	-158.16	12.32	-231.87	341.99	449.14	99.03	13.15	-158.16
Результат портфеля	180.79	-59.87	327.54	-389.00	-653.38	-78.71	-38.67	180.79

Кумулятивний результат дельта-вега стратегії подано на рисунку 3. Характер графіку є дуже подібним до графіку дельта-гамма стратегії (рисунок 2), це підтверджує той факт, що протягом розглянутого періоду обидві стратегії були схожими.

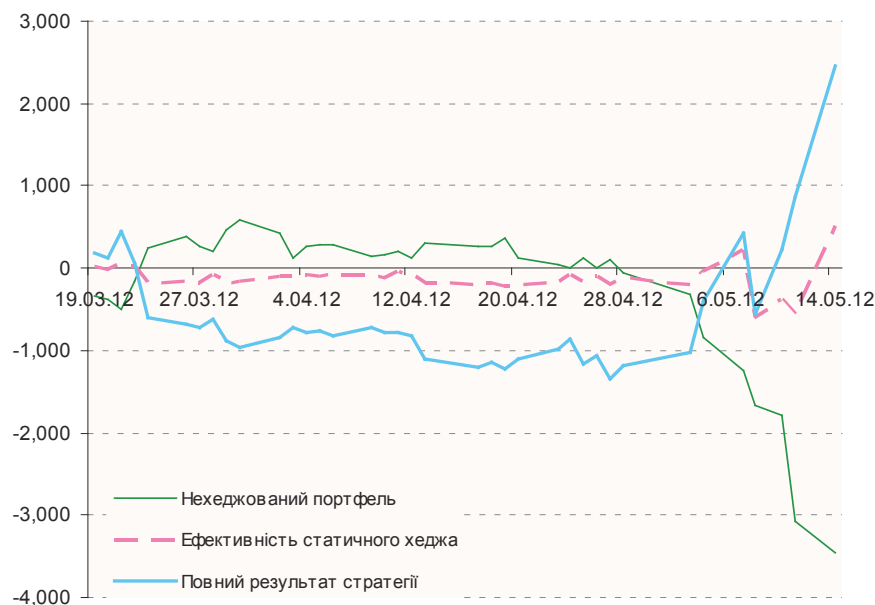


Рис. 3. Результат дельта-вега стратегії у динаміці

Результати стратегій на бичачому тренді. Розглянуті нами вище результати динамічного хеджування були отримані у період, коли на ринку простежувався ведмежий тренд. Але що б ми отримали, коли тренд був би бичачим? Для цього розвернемо тренд, тобто симетрично відобразимо результат нехеджованого портфеля по осі X. Результати дельта-нейтральної стратегії на бичачому тренді показані на рисунку 4, а результати дельта-вега стратегії – на рисунку 5. Дельта-гамма стратегія виявилася дуже подібною до дельта-вега стратегії, тому окремо її не зображено.

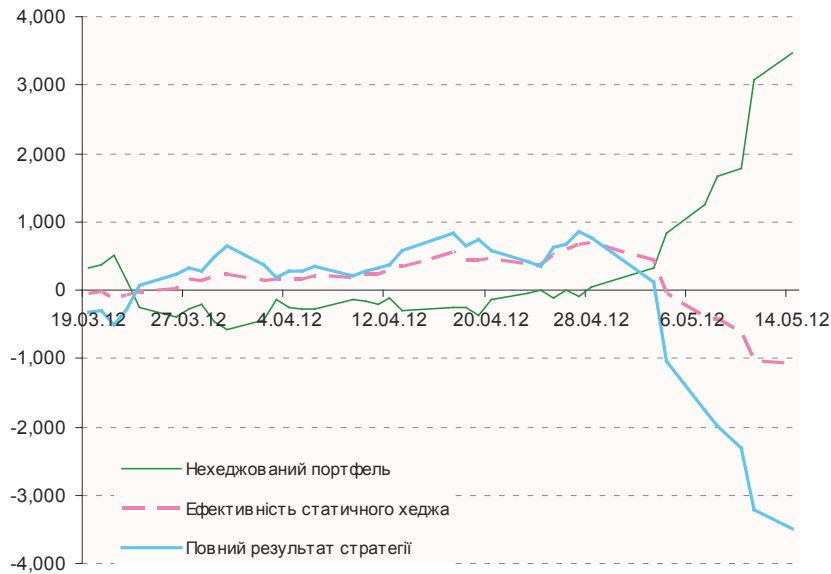


Рис. 4. Результат дельта-нейтральної стратегії на бичачому тренді

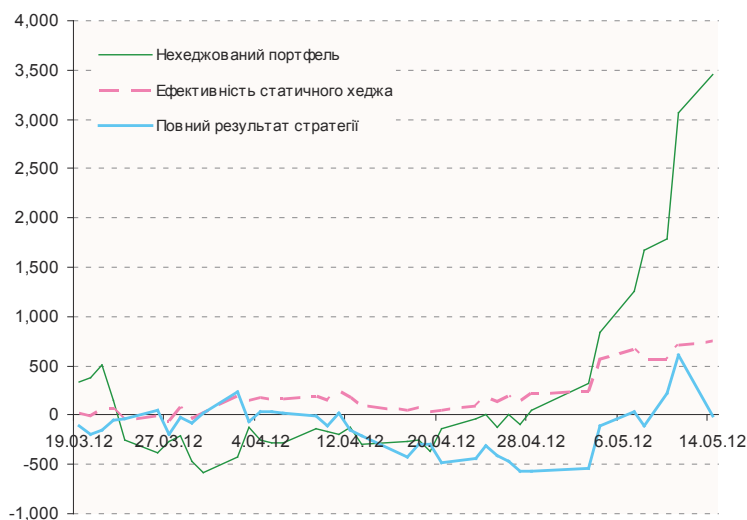


Рис. 5. Результат дельта-вега стратегії на бичачому тренді

Дельта-нейтральна стратегія, як очікувалося, дала протилежний результат – повний прибуток стратегії був від’ємним через те, що опціони втрачали вартість швидше, ніж зростав у вартості базовий актив. Але, що цікаво, дельта-гамма та дельта-вега стратегії не завдали збитків, хоча й відповідали ведмежому спреду, а не бичачому. Ця асиметрія (прибуток на ведмежому спреді та нульовий результат на бичачому) є несподіваним результатом, який поки що немає пояснення з боку фінансової теорії.

Висновки. У статті досліджено чутливість ціни опціону до зміни вхідних параметрів та проаналізовано опціонні стратегії хеджування у динаміці. На відміну від інших досліджень, ми взяли за основу портфель акцій та провели його хеджування за допомогою двох опціонів *call*. Це дозволило краще показати усі переваги та недоліки практичного застосування стратегії, які теоретично досліджувалися у зворотному порядку – хеджувався портфель опціонів за допомогою акцій.

Аналіз чутливості ціни опціону до зміни вхідних параметрів, здійснений за допомогою розкладання її у багатовимірний ряд Тейлора, показав, що найбільший вплив на ціну опціону мають зміна ціни базового активу та її волатильності. Це підкреслює важливість використання дельта-вега стратегії. Однак регресійний аналіз не виключив статистичної значущості впливу другої похідної по ціні базового активу, тобто хеджування по гаммі теж має сенс. А хеджування по тегі не є виправданим виходячи з проведеного аналізу.

Результати динамічного хеджування стали дещо несподіваними. На відміну від статичного хеджування, на результат портфеля у цьому випадку великий вплив має перебалансування опціонних контрактів. Тому на направлених рухах ринку ми простежували не стільки хеджування ризиків, скільки елементи торгових стратегій (ведмежого спреду). Експеримент з розворотом тренду показав асиметрію стратегій на ведмежому та бичачому ринку, вивчення цього феномену та можливості його використання на практиці є перспективним напрямом подальших досліджень. Практичне застосування результатів дослідження можливе з методом використання винайденної асиметрії для здійснення опціонного арбітражу.

Література:

1. Jorion Ph. Financial Risk Manager Handbook. – Wiley, 2003. – 832 p.
2. Hull J. C. Options, Futures, and Other Derivatives. – Pearson Prentice Hall, 2008. – 848 p.
3. Taleb N. Dynamic Hedging: Managing Vanilla and Exotic Options. – Wiley Financial Engineering, 1997. – 528 p.
4. Connolly K. Buying and Selling Volatility. – Wiley, 1997. – 230 p.
5. Найман Э. Малая энциклопедия трейдера. – М. : Альпина Паблицер, 2009. – 456 с.